Сафонова Любовь Николаевна
Муниципального общеобразовательного учреждения
«Тираспольский общеобразовательный теоретический лицей»
г.Тирасполь, Приднестровье (Молдова)

ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА СПЛАВЫ, СМЕСИ И РАСТВОРЫ

Знакомство учащихся с задачами на сплавы, смеси и растворы начинается задолго до сдачи единого государственного экзамена. Так, например, еще в пятом классе при решении задач на составление уравнений, можно встретить простейшую задачу на растворы.

«Мой младший брат прочитал на бутылке с вишневым сиропом, что его нужно разбавлять водой: на 1 часть сиропа рекомендуется 5 частей воды. Решив приготовить один стакан вишневого напитка, он, не подумав, отмерил в стакан 6 столовых ложек сиропа и долил воду. Но напиток оказался слишком сладким – пить его было просто невозможно». И далее учащимся в интересной форме предлагается обсуждение и представление решения этой задачи.

Постепенно, из года в год, уровень сложности задач повышается. Учащимся даются трудно такие задачи, не все учащиеся до конца понимают суть решения таких задач. Затем в 8 классе начинается изучение химии и решение задач на сплавы, смеси и растворы включено и в программу по химии. И если ребенок не научился решать задачи такого типа на математике, то трудности у него возникнут и в химии при изучении данной темы.

Кроме того, задачи, имеющие практическое значение, в большом количестве, в той или иной сложности встречаются и в ОГЭ, и в ЕГЭ. А также в одном варианте могут встретиться задачи практического содержания в разных заданиях, как в первой части, так и во второй.

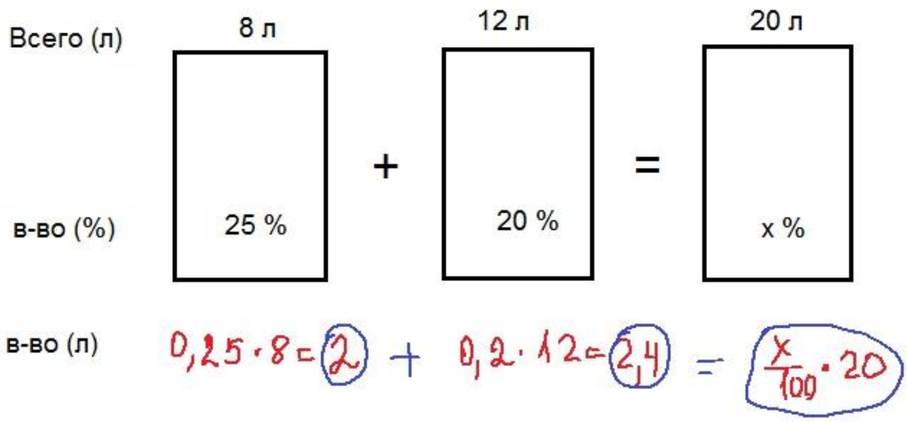
Задача педагога научить учащихся решать такие задачи, сделать это максимально наглядно, доступно с опорой на ранее изученный материал в пятом классе на нахождение процентов данного числа, числа по его процентам, процентного отношения двух чисел.

В этой статье я хочу представить один из подходов к решению такого типа задач, которым пользуюсь я.

Обычно в таких задачах что-то между собой смешивают. Будем изображать вещества в виде прямоугольников, и в них, как в таблице, будем делать записи по мере решения задачи.

Задача 1. Смешали 8 литров 25-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 20-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? (прототипы задач типа № 11, Александр Ларин)

Решение.

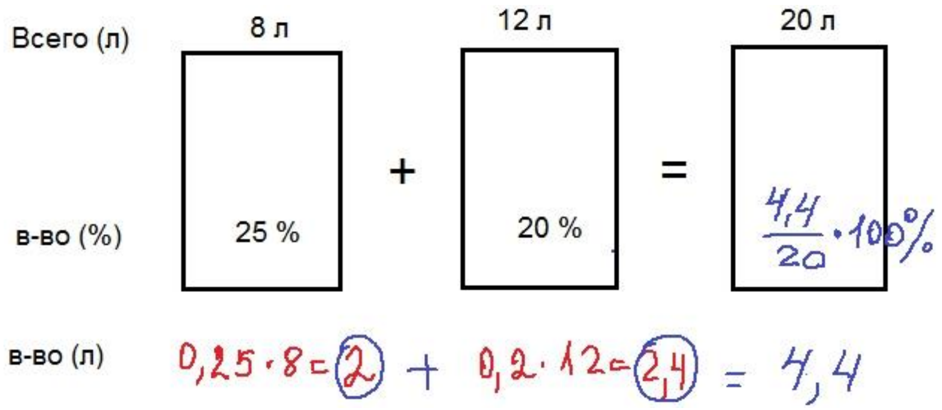


Первым шагом можем заполнить верхнюю строку, сложив 8 литров и 12 литров. Получим 20 литров, то есть общую массу раствора после смешения двух растворов.

Далее, для первого раствора найдем количество вещества в литрах по его процентам (то есть заполним данные в самой нижней строке). Для первого раствора, умножив 0,25 на общую массу этого раствора, на 8 литров, получим 2 литра. Аналогично действуем и для второго раствора, и для третьего. Но в третьем растворе, если примем процентное содержание за x, то запишем (x/100)20. Тогда нижняя строчка дает нам уравнение, решив которое мы ответим на вопрос задачи.

$$2 + 2{,}4 = \frac{20x}{100}; \quad \frac{x}{5} = 4{,}4; \quad x = 22$$

Эту же задачу можно было решить иначе, сразу найдя процентное отношение.

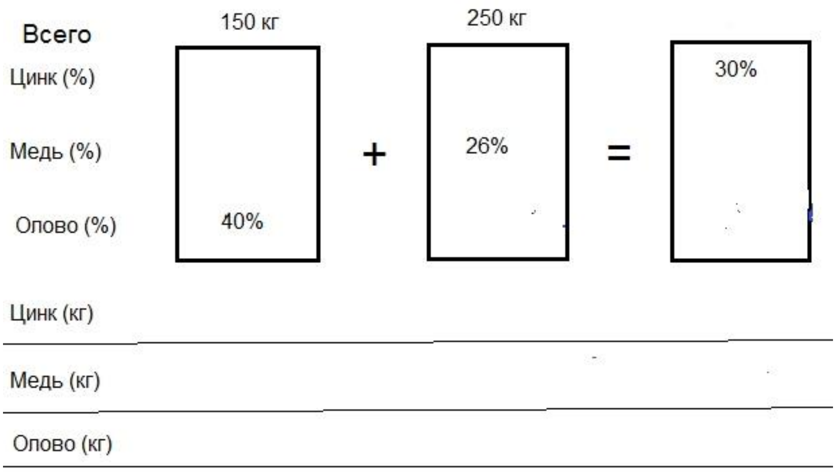


Ответ: 22 %

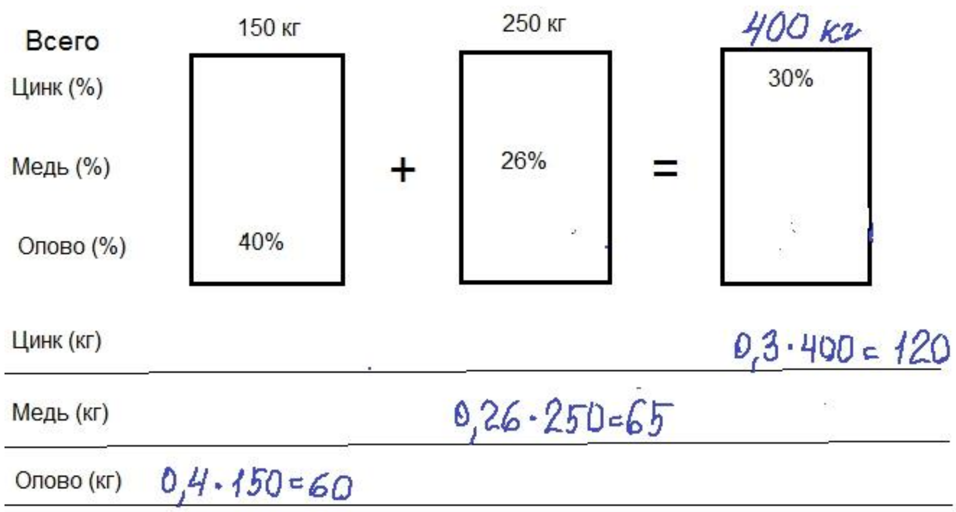
Задача 2. Имеются два слитка, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый слиток массой 150 кг содержит 40% олова, а второй массой 250 кг – 26% меди. Процентное содержание цинка в обоих слитках одинаково. Сплавив первый и второй слитки, получили сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько килограммов олова содержится в полученном сплаве? (Задачник 8 класс, углубленный уровень, № 31.63, Мордкович А.Г.)

Решение. Оформлю решение наглядно.

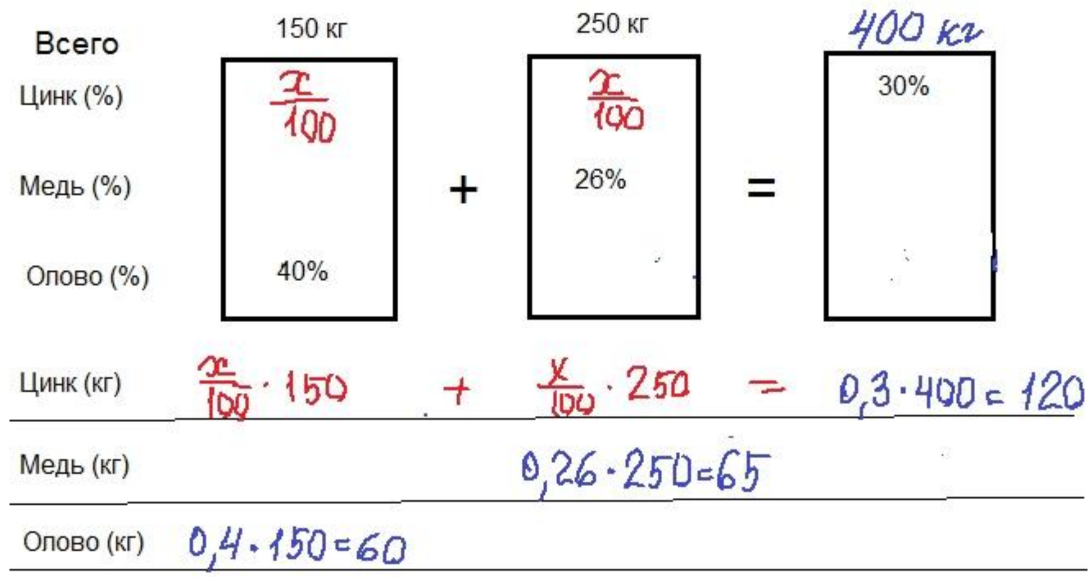
Исходная схема с данными из условия.



После первого заполнения.



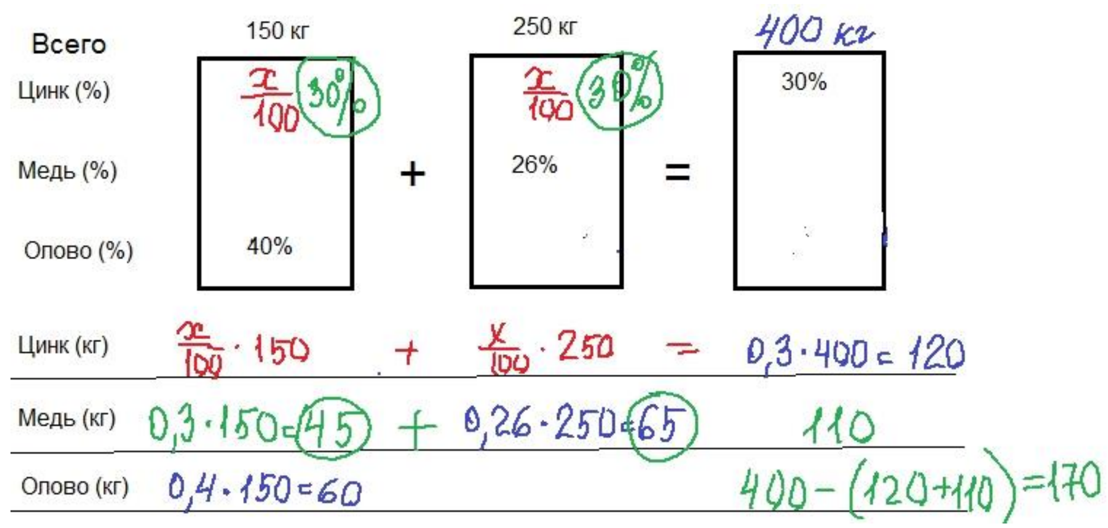
Так как в условии сказано, что процентное содержание цинка в обоих сплавах одинаково, то обозначим его за ***x*** и переведем в проценты, разделив на 100. И заполним строчку с цинком (кг), которая нам даст уравнение. Решив его, найдем x.



$$\frac{x}{100}\cdot 150+\frac{x}{100}\cdot 250=120; \qquad \frac{x}{100}\cdot(150+250)=120; \qquad x=\frac{120}{400}\cdot 100;$$

$x=30$.

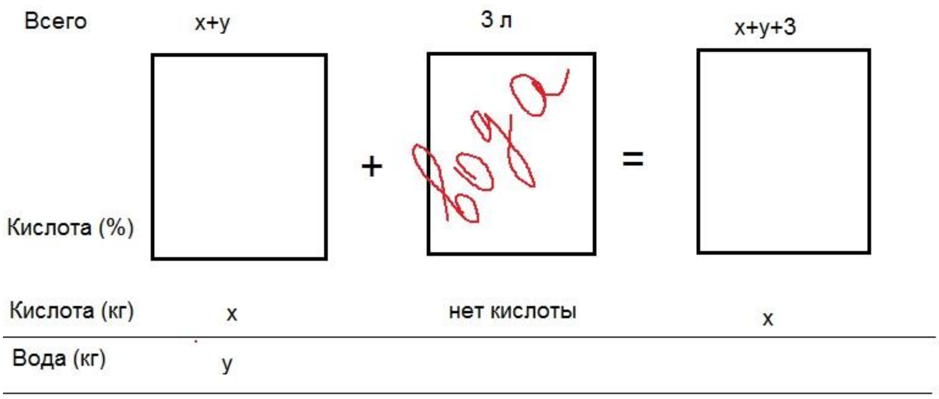
Таким образом, процентное содержание цинка в первом и втором сплавах по 30%. С учетом этого продолжим заполнение.



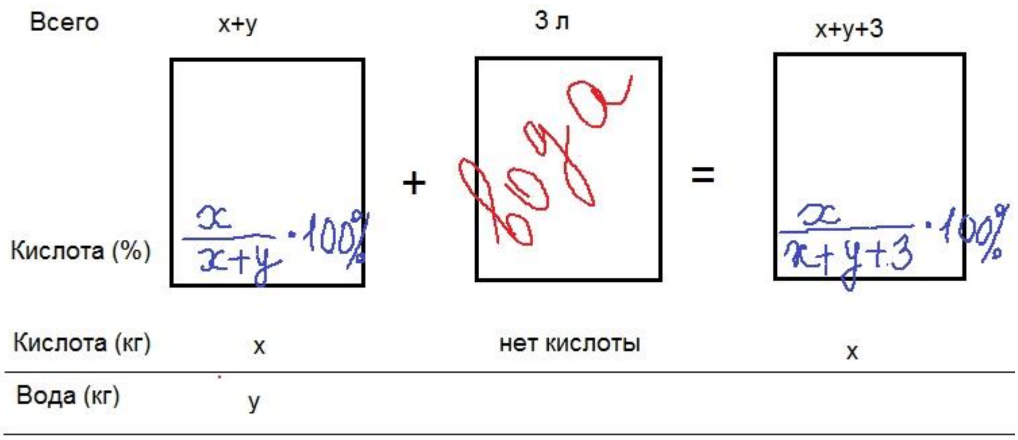
Ответ: 170 кг

Задача 3. В сосуде находится некоторое количество смеси воды с кислотой. Чтобы уменьшить процентную концентрацию кислоты на 34%, в сосуд надо долить 3 л воды, а чтобы уменьшить ее на 17%, надо долить 1 л воды. Какова концентрация кислоты в воде? (Ю.В.Садовничий / ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Задания с развернутым ответом)

Решение. В данной задаче можно ввести две переменные и составить два уравнения. Примем за x количество кислоты в смеси, а за y – количество воды в смеси. Тогда для первой ситуации, когда надо уменьшить концентрацию кислоты на 34%, схема будет выглядеть так.



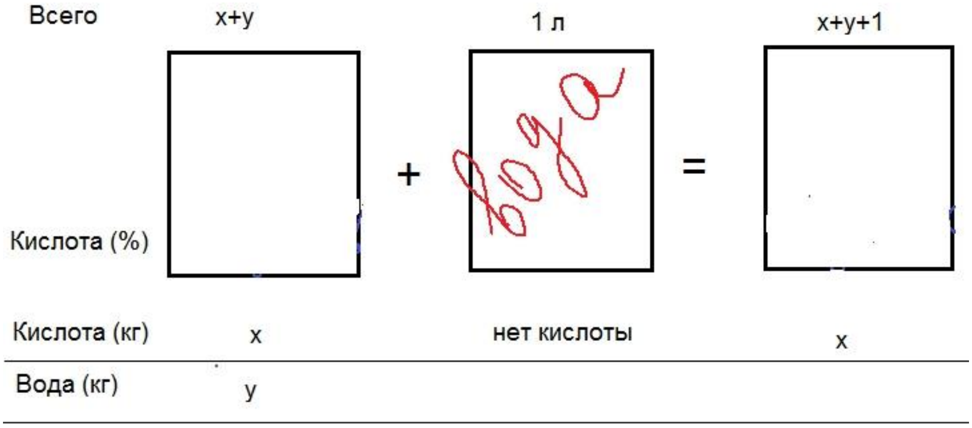
Найдем процентное содержание кислоты в смеси до добавления воды и после добавления, разделив количество кислоты на общую массу смеси и умножив на 100%. Получаем вид.



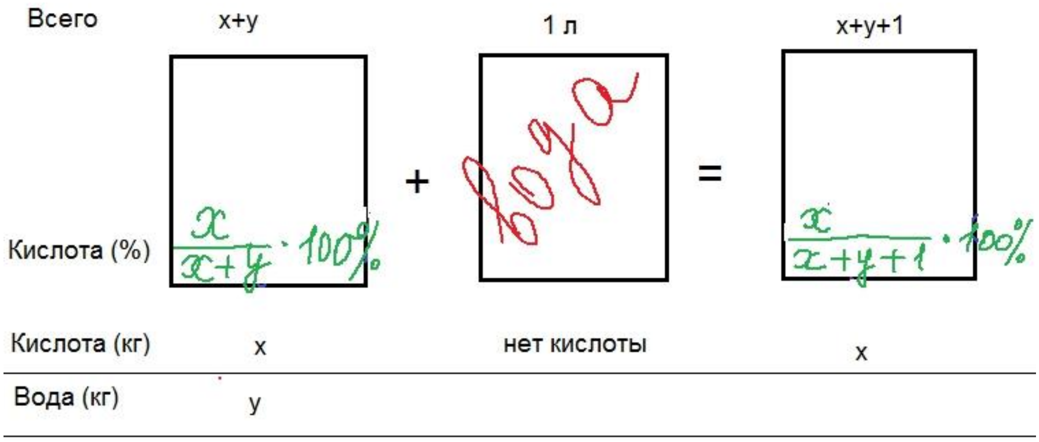
В этом случае концентрация должна быть уменьшена на 34%, то есть, записав разность между первоначальной концентрацией и полученной, у нас должно получиться 34. Составим уравнение.

$$\frac{x}{x+y}\cdot 100-\frac{x}{x+y+3}\cdot 100=34.$$

Аналогично поступаем со второй ситуацией, когда концентрация должна быть уменьшена на 17%.



Находим процентное содержание кислоты в этом случае.



Составляем уравнение $\frac{x}{x+y}\cdot 100-\frac{x}{x+y+1}\cdot 100=17$.

Полученные два уравнения запишем в систему.

$$\begin{cases}\frac{x}{x+y}\cdot 100-\frac{x}{x+y+1}\cdot 100=17\\ \frac{x}{x+y}\cdot 100-\frac{x}{x+y+3}\cdot 100=34\end{cases};\qquad \begin{cases}100x\left(\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x+y+1}\right)=17\\ 100x\left(\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x+y+3}\right)=34\end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x\left(\dfrac{1}{(x+y)(x+y+1)}\right)=17 \\ 100x\left(\dfrac{3}{(x+y)(x+y+3)}\right)=34 \end{cases}; \quad \begin{cases} 100x=17(x+y)(x+y+1) \\ 100x=\dfrac{34}{3}(x+y)(x+y+3) \end{cases};$$

Приравняем первое и второе уравнения системы.

$$17(x+y)(x+y+1)=\frac{34}{3}(x+y)(x+y+3)$$

$$3\cdot 17(x+y)(x+y+1)-34(x+y)(x+y+3)=0$$

$$17(x+y)\big(3\cdot(x+y+1)-2(x+y+3)\big)=0 \qquad .$$

$$(x+y)(x+y-3)=0$$

$$\left[\begin{aligned} x+y=0 \\ x+y=3 \end{aligned}\right.$$

Первое уравнение совокупности не удовлетворяет смыслу задачи. Поэтому получаем, что x+y=3.

В условии задачи нас просят найти концентрацию кислоты в воде, то есть $\dfrac{x}{x+y}\cdot 100$. Для этого нам надо найти еще значение для x. Подставим x+y=3 в любое из первоначальных уравнений нашей системы. Получим x = 2,04.

Тогда $\dfrac{2{,}04}{3}\cdot 100=0{,}68\cdot 100=68$.

Таким образом, концентрация кислоты в воде равна 68%.

Ответ: 68%