

Грук Любови Владимировне

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа № 603

Фрунзенского района Санкт-Петербурга

РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С МНОГОВАРИАНТНЫМИ ОТВЕТАМИ

При изучении науки задачи важнее правил

Исаак Ньютон

При изучении школьного курса геометрии существенную часть времени занимает решение задач. В Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования подчеркивается, что активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников, а то, что изучение геометрии способствует развитию логического мышления, признают абсолютно все. Среди множества предметных результатов, которые должны быть достигнуты в ходе освоения программы по геометрии, мне бы хотелось остановиться на умении работать с геометрическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию). Очевидно, что геометрическая задача для этого подходит как нельзя лучше.

При решении задач чаще всего мы имеем дело с задачами, ответ к которым определяется однозначно. В этом случае ученик обычно останавливается и не задумывается над тем, могут ли быть другие варианты. Иногда встречаются ситуации, когда уже в самой формулировке условия заложена необходимость рассмотрения различных случаев. Для примера возьмем две задачи из учебника геометрии для 7-9 классов Л. С. Атанасяна:

№3. Проведите три прямые так, чтобы каждые две из них пересекались. Обозначьте все точки пересечения этих прямых. Сколько получилось точек? Рассмотрите все возможные случаи.

№80. Известно, что $\angle AOB = 35^\circ$, $\angle BOC = 50^\circ$. Найдите угол AOC. Для каждого из возможных случаев сделайте чертеж с помощью линейки и транспортира.

Ясно, что явное указание заставляет ученика задуматься, попробовать изобразить фигуры по-разному, проанализировать их взаимное расположение и понять, как возникает второй случай. Значительно сложнее приходится учащимся, когда вторая конфигурация не очевидна. Таких задач в учебнике очень мало, тем важнее обращать на них внимание на уроке. В этом случае хорошо задачи рассматривать парами. Сначала решается стандартная задача, в которой ответ определяется однозначно, а затем похожая, но имеющая два варианта. Учащимся можно задавать наводящие вопросы: «Все ли условия учтены?» «Могут ли фигуры располагаться иначе?» и т.д. Серии, предложенные ниже и составленные на основе задач из учебника, можно использовать при повторении в конце года и при подготовке к экзаменам, обязательно обсуждая с учащимися условия. Тем самым мы отработываем умение сравнивать объекты, проводить аналогии, анализировать теоретические факты. Все рассуждения обязательно сопровождаются чертежами.

Серия 1

- 1) Начертите луч AM. С помощью масштабной линейки отметьте на этом луче точку C, такую, что $AC = 3$ см. Сколько таких точек можно отметить на луче AM? (Ответ: одну)
- 2) Начертите прямую AM. С помощью масштабной линейки отметьте на этой прямой точку C, такую, что $AC = 3$ см. Сколько таких точек можно отметить на прямой AM? (Ответ: 2)

- 3) Начертите неразвернутый угол АОС и проведите: а) луч ОК, который делит угол АОС на два угла; б) луч ОМ, который не делит угол АОС на два угла.
- 4) Начертите неразвернутый угол АОВ, градусная мера которого равна 130° . Проведите луч ОС так, чтобы углы АОС и ВОС были равны. Найдите градусную меру угла АОС. (Ответ: 65° или 115°)

При решении задач №1 и №2 полезно повторить определение луча, обратить внимание на главное отличие луча и прямой. При решении задач №3 и №4 надо уточнить, что означает фраза «луч делит угол на два угла».

Серия 2

- 1) Точка О делит отрезок АМ на два отрезка. Найдите длину отрезка АМ, если $АО = 5$ см, $ОМ = 4$ см. (Ответ: 9 см)
- 2) Точки А, О и М лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка АМ, если известно, что $АО = 25$ см, $ОМ = 10$ см. (Ответ: 35 см или 15 см)
- 3) Луч ОК делит угол АОВ на два угла. Найдите угол АОВ, если $\angle АОК = 42^\circ$, $\angle КОВ = 67^\circ$. (Ответ: 109°)
- 4) Из точки О проведены лучи ОА, ОВ и ОК. Найдите угол АОВ, если $\angle АОК = 40^\circ$, $\angle КОВ = 70^\circ$. (Ответ: 30° или 110°)

Серия 3

- 1) Основание равнобедренного треугольника в три раза меньше боковой стороны, периметр равен 70 см. Найдите стороны треугольника. (Ответ: 10 см, 30 см, 30 см)
- 2) Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см. Найдите стороны треугольника, если одна из них на 6 см меньше другой. (Ответ: 14 см, 14 см, 8 см или 10 см, 10 см, 16 см)
- 3) Периметр равнобедренного треугольника равен 24 см. Найдите стороны треугольника, если одна из них на 6 см меньше другой. (Ответ: 10 см, 10 см, 4 см)

При сравнении условий первой и второй задач надо обратить внимание на их сходства и различия. Можно ли во второй задаче утверждать, что основание больше боковой стороны? При решении третьей задачи надо учесть, что стороны должны удовлетворять неравенству треугольника, поэтому набор отрезков «6 см, 6 см, 12 см» ответом не является. Этот пример показывает, что вывод по аналогии не всегда бывает верным. При решении задач в следующей серии необходимо повторить свойство углов при основании равнобедренного треугольника, а также уточнить, какая градусная мера у них может быть.

Серия 4

- 1) Найдите углы при основании равнобедренного треугольника, если угол при вершине равен 30° . (Ответ: 75° , 75°)
- 2) Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен 104° . (Ответ: 38° , 38°)
- 3) Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен 24° . (Ответ: 24° , 24° , 132° или 24° , 78° , 78°)
- 4) Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 125° . Найдите углы треугольника. (Ответ: 55° , 55° , 70° или 55° , $62^\circ 30'$, $62^\circ 30'$)

Серия 5

- 1) Биссектриса угла А параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке М. Найдите периметр этого параллелограмма, если $BM = 12$ см, $MC = 8$ см. (Ответ: 64 см)
- 2) Периметр параллелограмма ABCD равен 92 см, $AB = 28$ см. Какую сторону параллелограмма пересекает биссектриса угла А? Найдите отрезки, которые образуются при этом пересечении. (Ответ: сторону CD; 10 см и 18 см, считая от точки С)
- 3) Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 6 см и 10 см.

- 4) Стороны параллелограмма равны 14 см и 4 см. Биссектрисы двух углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три отрезка. Найдите эти отрезки. (Ответ: 4 см, 6 см, 4 см)

Серия 6

- 1) В трапеции ABCD с меньшим основанием BC проведена средняя линия МК. Найдите высоту трапеции, если расстояние между прямыми BC и МК равно 6 см. (Ответ: 12 см)
- 2) Расстояние между параллельными прямыми a и b равно 5 см, а между параллельными прямыми b и c – 4 см. Найдите расстояние между прямыми a и c . (Ответ: 9 см или 1 см)
- 3) Радиус окружности равен 13 см, а ее центр лежит между параллельными хордами АВ и МК. Найдите расстояние между хордами, если АВ = 10 см, а МК = 24 см. (Ответ: 17 см)
- 4) Основания трапеции равны 14 см и 25 см, а радиус описанной окружности равен 25 см. Найдите высоту трапеции. (Ответ: 31 см или 17 см)

Серия 7

- 1) Найдите вписанный угол ABC, если дуга AC, на которую он опирается, равна 56° . (Ответ: 28°)
- 2) Хорда АВ стягивает дугу, равную 125° , а хорда AC – дугу в 33° . Найдите угол BAC. (Ответ: 79° или 46°)
- 3) Центральный угол AOB на 40° больше вписанного угла ACB, опирающегося на ту же дугу. Найдите угол AOB. (Ответ: 80°)
- 4) Центральный угол AOB на 36° больше вписанного угла, опирающегося на дугу АВ. Найдите каждый из этих углов. (Ответ: 72° и 36° или 144° и 108°)
- 5) В окружность вписан равнобедренный треугольник ABC с основанием BC. Найдите углы треугольника, если дуга BC равна 108° . (Ответ: $\angle A = 54^\circ$, $\angle B = \angle C = 63^\circ$ или $\angle A = 126^\circ$, $\angle B = \angle C = 27^\circ$)

Серия 8

- 1) Параллельные прямые a и b пересечены секущей c . Сколько существует окружностей, касающихся одновременно прямых a , b , c ? (Ответ: две)
- 2) В равнобедренном треугольнике основание равно 20 см, а боковая сторона равна 26 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник. (Ответ: $20/3$ см)
- 3) В треугольнике ABC $AB = 10$ см, $AC = BC = 13$ см. Найдите радиус окружности, которая касается стороны AB и прямых AC и BC . (Ответ: $10/3$ см или 7,5 см)

Литература

- 1) Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов и др. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций. – М.: Просвещение, 2013.
- 2) В. Ф. Бутузов. Геометрия. Рабочая программа к учебнику Л. С. Атанасяна и других. 7-9 классы: учебное пособие для общеобразоват. организаций. – М.: Просвещение, 2016.