Автор:
Сутормина Алина Евгеньевна,
ученица 8-в класса
Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение Пышминского городсокого округа
«Пышминская средняя общеобразовательная школа»
пгт Пышма, Свердловская область
Руководитель:
Чертовикова Ольга Николаевна
учитель математики

Карта изучения квадратных уравнений

Математика в современном мире настолько широко применяется во всех сферах, что ничего удивительного в том, что она глубоко проникла в жизнь человека, нет. И действительно, чтобы сделать правильный выбор или решить какую-то проблему, необходимо изначально найти правильный подход и умело применить имеющиеся знания. Математические формулы являются плодом многолетней работы большого числа ученых. Современному человеку остается лишь отыскать во всем этом массиве разнообразных комбинаций единственно правильную, ту, которая подойдет идеально в конкретной ситуации. К одному из базовых знаний и относится тема «Квадратные уравнения», изучаемая в 8 классе. При изучении этой темы на уроках мы узнавали краткие исторические сведения об истории изучения квадратных уравнений. Решением квадратных уравнений люди занимались еще с древних веков. Нам захотелось узнать историю возникновения квадратных уравнений. А в школьных учебниках нет информации об истории возникновения квадратных уравнений, поэтому я решила изучить ее наиболее глубоко, в этом заключается **актуальность** выбранной темы.

Проблема: Возможно ли создать карту изучения квадратных уравнений, которая поможет более глубоко освоить эту тему?

Цель работы: создание карты изучения квадратных уравнений;

Задачи: 1) изучить и проанализировать источники информации по истории изучения квадратных уравнений;

2) построить хронологию изучения квадратных уравнений;

3)создать карту изучения квадратных уравнений.

Гипотеза: Если я узнаю историю изучения квадратных уравнений, то смогу создать её карту.

Объект исследования: история изучения квадратных уравнений.

Предмет исследования: процесс создания карты квадратных уравнений.

Посредством уравнений, теорем
Я уйму всяких разрешал проблем.
Чосер Д.

Для реализации первой задачи проекта: изучить и проанализировать источники информации по истории изучения квадратных уравнений. Отправились на поиски информации в библиотеку, интернет-сайты и электронную библиотеку имени В.Г. Белинского. Выделим страны, время изучения и основные идеи изучения. И вот, что удалось узнать:

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения: $x^2+x=\frac{3}{4}$; $x^2-x=14,5$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Квадратные уравнения в Индии

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский ученый, Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме: $ax^2+bx=c$, $a>0$. В уравнении коэффициенты, могут быть и отрицательными. Правило Брахмагупты по существу совпадает с нашим.

В Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи». Задачи часто облекались в стихотворную форму. Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

Задача:«Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась

А двенадцать по лианам
Стали прыгать, повисая
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что автор знал о двузначности корней квадратных уравнений. Соответствующее задаче 3 уравнение: $\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$ Бхаскара пишет под видом: $x^2 - 64x = -768$ и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям 322, получая затем:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024$$
$$(x-32)^2 = 256$$
$$x - 32 = \pm 6$$
$$x = 16,\ x_2 = 48$$

В Индии пришли к более простому способу вывода, который встречается в школьных учебниках: они умножали на 4a и к обеим половинам по b2. Это даёт: $x = \frac{\sqrt{b^2 + 4ac} - b}{2a}$

Квадратные уравнения в Хорезме *(современного Узбекистана и часть Туркмении) у Аль-Хорезми*

Родина аль-Хорезми — Хорезм, включавший в себя территорию Родина аль-Хорезми — Хорезм, включавший в себя территорию современного Узбекистана и часть Туркмении. В алгебраическом трактате Аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1. «Квадраты равны корням», т. е. $ax^2=bx$
2. «Квадраты равны числу», т. е. $ax^2=c$
3. «Корни равны числу», т. е. $ax=c$
4. «Квадраты и числа равны корням», т. е. $ax^2+c=bx$
5. «Квадраты и корни равны числу», т. е. $ax^2+bx=c$
6. «Корни и числа равны квадратам», т. е. $bx+c=ax^2$

Для Аль-Хорезми, избегавшего употребления отрицательных чисел, члены каждого из этих уравнений слагаемые, а не вычитаемые. При этом заведомо не берутся во внимание уравнения, у которых нет положительных решений. Автор излагает способы решения указанных уравнений, пользуясь приемами ал-джабр и ал-мукабала. Его решение, конечно, не совпадает полностью с нашим. При решении полных квадратных уравнений Аль-Хорезми на частных числовых примерах излагает правила решения, а затем их геометрические доказательства. Трактат Аль-Хорезми является первой, дошедшей до нас книгой, в которой систематически изложена классификация квадратных уравнений и даны формулы их решения.

Квадратные уравнения в Древней Греции:

Диофант Александрийский (не ранее 3 в. н.э.) первым дает приемы решения уравнений без обращения к геометрии. У Диофанта была попытка ввести буквенную символику.

В «Арифметике» Диофанта нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней. При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.Вот, к примеру, одна из его задач.

Задача. «Найти два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение – 96».

Диофант рассуждает следующим образом: из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, так как если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их суммы, т. е. 10+x. Другое же меньше, т. е.10-x. Разность между ними $2x$. Отсюда уравнение:(10+x)(10-x)=96 или же $100-x^2=96$ $x^2-4=0$. Отсюда x=2. Одно из искомых чисел равно 12, другое 8. Решение x=-2 для Диофанта не существует, так как греческая математика знала только положительные числа.

Если решить эту задачу, выбирая в качестве неизвестного одно из искомых чисел, то можно прийти к решению уравнения: $y(20-y)=96$ $y^2-20y+96=0$

Ясно, что, выбирая в качестве неизвестного полуразность искомых чисел, Диофант упрощает решение; ему удается свести задачу к решению неполного квадратного уравнения.

Квадратные уравнения в Китае

«Математика в девяти книгах» («Цзю чжансуань шу») — центральное сочинение математического «Десятикнижья». Самое большое по объему и самое содержательное, оно является одним из замечательных памятников древнего Китая времени династии Ранней Хань (206 г. до н. э.—7 г. н. э.), правившей в одной из обширных и могущественнейших империй древнего мира.

Китайцам были известны формулы для пифагорейских чисел, т. е. решение уравнения в целых числах. Этой проблеме посвящены задачи 14 и 21 книги IX . Эта книга интересна еще тем, что в ней решение квадратного уравнения производится не только обычным образом, но и численным методом, являющимся обобщением извлечения квадратного корня на случай нахождения корня полного квадратного уравнения. Эта идея была затем разработана китайскими математиками далее и наиболее полное развитие получила в трудах математиков XIII — XIV вв. Последние задачи книги IX показывают, что измерением расстояний до недоступных предметов, а также их размеров занимались в древнем Китае еще с давних пор. Это также было излюбленным занятием средневековых вычислителей.

Китайская задача: «Имеется водоем со стороной 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснется его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?»

Решение:
$$\begin{aligned}&(x+1)^2 = x^2 + 5^2\\&x^2 + 2x + 1 = x^2 + 25\\&2x = 24\\&x = 12,\ x_2 = 12 + 1\end{aligned}$$
Ответ: 12 чи, 13 чи

Квадратные уравнения в Египте:

Второе тысячелетие до н.э. египетские мудрецы нашли способы решения квадратных уравнений. В одном из математических папирусов содержится задача:«Найти стороны поля, имеющие стороны прямоугольника, если его площадь равна12,а 3/4 длины равны ширине». Рассмотрим эту задачу. Пусть x-длина поля. Тогда 3/4x-его ширина, S=¾x^2- площадь.

Получилось квадратное уравнение. В папирусе дано правило для его решения: « Разделим 12 на ¾ Имеем: x^2=16. Длина поля равна 4», указано в папирусе. Прошли тысячелетия, в алгебру вошли отрицательные числа. Решая уравнение x^2=16 , мы получаем два числа: 4; и –4.Разумеется, в задаче египтян мы приняли x=4, так как длина поля может быть только положительной величиной.

Квадратные уравнения в Европе

Формы решения квадратных уравнений по образцу Аль-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202г. итальянским математиком Леонардом Фибоначчи. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел.

Эта книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из этой книги переходили почти во все европейские учебники XIV-XVII вв. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2+bx=c$ при всевозможных комбинациях знаков и коэффициентов b, с, было сформулировано в Европе в 1544 г. М. Штифелем. Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI в. учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Итак, мы можем составить список стран, в которых развивалась наука о решении квадратных уравнений. И перейти к хронологии изучения.

Практическая часть

Хронология изучения квадратных уравнений

Изучение квадратных уравнений колблется от 2000 лет до н.э. по 13в. н.э.

Египет и Древний Вавилон – 2000 до н.э.

Китай – 1000 до н.э.

Греции- 3 в. н.э.

Индия – 499г.

Аль – Хорезми (Узбекистан) – 783г.-850г.

Европа – 1202г. (формы решения квадратных уравнений по образцу Аль-Хорезми в Европе впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202г.)

На данном этапе создадим в ресурсе microsoft office powerpoint интерраактивную анимированную хронологическую карту изучения квадратных уравнений. Таким образом, реализуем вторую задачу нашего проекта.

Карта изучения квадратных уравнений

Для изготовления карты изучения квадратных уравнений, нам необходимо:

-изучить географическое местоположение стран выделенных в предыдущем пункте;
-выбрать материалы: бумага ватман (2 шт., чтобы формат был большой и наглядный), картон, цветные карандаши, фломастеры, клей.
-перенести примерное изображение карты мира в цвете на бумагу, выделить на карте страны-лидеры по вкладу в науку об изучении квадратных уравнений;
- оснащение карты интерактивным сосотавляющим, в форме заданий в конвертах - посланиях, для распространения преобретенных мною знаний и опыта древних.
Таким образом, цель работы достигнута. Мы создали карту изучения квадратных уравнений. (*Приложение 1*)

Заключение

Таким образом, реализуя ряд задач, мы смогли создать карту изучения квадратных уравнений, оснастили её интерактивным компонентом, использование которогоможет не только закрепить знания, но и расширить и углубить их, а также предоставит возможность формирования целостной картины развития науки.

Вернемся к той **проблеме**, с которой мы столкнулись: «Возможно ли, создать карту изучения квадратных уравнений, котораяпоможет более глубоко освоить эту тему?». Ответ на этот вопрос – возможно, если в этом процессе участвует «напрвляющий маяк». Для меня это руководитель проекта. Я смогла познать крупицу такой большой и удивительной науки как математика с её историей.

Изготовленная карта является **подтверждением гипотезы**: «Если я узнаю историюизучения квадратных уравнений, то смогу создать её карту».

В **перспективе** работы над данной темой, возможно дальнейшее пополнение интерактивного компонента карты (в конвертах), либо, по мере изучения квадратичной функции, создать цикл карт.

Список источников информации

1. https://ru.wikipedia.org/wiki
2. https://studfiles.net/preview/5430386/
3. Алгебра: Учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2018. – 255с.
4. Березкина Э.И. Математика древнего Китая — М.: Наука, 1980. — 312 с.
5. Большой справочник по математике, АСТ, 2015
6. Глейзер Г.И. История математики в школе VII – VIII классы. – М., 1982.

Приложение 1